# BỔ TÚC VỀ GIẢI TÍCH TỔ HỢP

## a) Qui tắc cộng

Nếu có $m_1$ cách chọn loại đối tượng $x_1$, $m_2$ cách chọn loại đối tượng $x_2$, ... , $m_n$ cách chọn loại đối tượng $x_n$. Các cách chọn đối tượng $x_i$ không trùng với cách chọn $x_j$ nếu $i \neq j$ thì có $m_1 + m_2 + \cdots + m_n$ cách chọn một trong các đối tượng đã cho.

## b) Qui tắc nhân

Giả sử công việc $H$ gồm nhiều công đoạn liên tiếp $H_1$, $H_2$, ..., $H_k$ và mỗi công đoạn $H_i$ có $n_i$ cách thực hiện thì có tất cả $n_1 \times n_2 \times \cdots \times n_k$ cách thực hiện công việc $H$.

## c) Hoán vị

Mỗi phép đổi chỗ của $n$ phần tử hoặc xếp $n$ phần tử vào $n$ vị trí được gọi là phép hoán vị $n$ phần tử. Sử dụng quy tắc nhân ta có thể tính được:

Có $n!$ hoán vị $n$ phần tử.

Quy ước 0! = 1.

## d) Chỉnh hợp có lặp

Chọn lần lượt $k$ phần tử hoàn lại trong tập $n$ phần tử ta được một chỉnh hợp lặp chập $k$ của $n$ phần tử. Sử dụng quy tắc nhân ta có thể tính được số các chỉnh hợp lặp chập $k$ của $n$ phần tử là $n^k$.

## e) Chỉnh hợp

Chọn lần lượt $k$ $(1 \leq k \leq n)$ phần tử không hoàn lại trong tập $n$ phần tử ta được một chỉnh hợp chập $k$ của $n$ phần tử. Sử dụng quy tắc nhân ta có thể tính được số các chỉnh hợp chập $k$ của $n$ phần tử là

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!} = n \cdot (n-1) \cdots (n-k)$$

## f) Tổ hợp

Một tổ hợp chập $k$ $(1 \leq k \leq n)$ của $n$ phần tử là một cách chọn đồng thời $k$ phần tử từ một tập có $n$ phần tử. Vì vậy cũng có thể xem một tập con $k$ phần tử của tập $n$ phần tử là một tổ hợp chập $k$ của $n$ phần tử.

Hai chỉnh hợp chập $k$ của $n$ phần tử là khác nhau nếu thỏa mãn một trong hai điều kiện sau:

- có ít nhất 1 phần tử của chỉnh hợp này không có trong chỉnh hợp kia.
- các phần tử đều như nhau nhưng thứ tự khác nhau.

Do đó với mỗi tổ hợp chập $k$ của $n$ phần tử có $k!$ chỉnh hợp tương ứng. Mặt khác hai chỉnh hợp khác nhau ứng với hai tổ hợp khác nhau là khác nhau.

Vậy số các tổ hợp chập $k$ của $n$ phần tử là

$$C_n^k = \frac{A_n^k}{k!} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

# CHỦ ĐỀ 1. CÁC KHÁI NIỆM CƠ BẢN VỀ XÁC SUẤT

## GIỚI THIỆU

Các hiện tượng trong tự nhiên hay xã hội xảy ra một cách ngẫu nhiên (không biết trước kết quả) hoặc tất định (biết trước kết quả sẽ xảy ra). Chẳng hạn một vật nặng được thả từ trên cao chắc chắn sẽ rơi xuống đất, trong điều kiện bình thường nước sôi ở $100^0$ C ... Đó là những hiện tượng diễn ra có tính quy luật, tất định. Trái lại khi tung đồng xu ta không biết mặt sấp hay mặt ngửa sẽ xuất hiện. Ta không thể biết trước có bao nhiêu cuộc gọi đến tổng đài, có bao nhiêu khách hàng đến điểm phục vụ trong khoảng thời gian nào đó. Ta không thể xác định trước chỉ số chứng khoán trên thị trường chứng khoán… Đó là những hiện tượng ngẫu nhiên. Tuy nhiên, nếu tiến hành quan sát khá nhiều lần một hiện tượng ngẫu nhiên trong những hoàn cảnh như nhau, thì trong nhiều trường hợp ta có thể rút ra những kết luận có tính quy luật về những hiện tượng này. Lý thuyết xác suất nghiên cứu các qui luật của các hiện tượng ngẫu nhiên. Việc nắm bắt các quy luật này sẽ cho phép dự báo các hiện tượng ngẫu nhiên đó sẽ xảy ra như thế nào. Chính vì vậy các phương pháp của lý thuyết xác suất được ứng dụng rộng rãi trong việc giải quyết các bài toán thuộc nhiều lĩnh vực khác nhau của khoa học tự nhiên, kỹ thuật và kinh tế-xã hội.

Chương này trình bày một cách có hệ thống các khái niệm và các kết quả chính về lý thuyết xác suất:

- Các khái niệm phép thử, biến cố.
- Quan hệ giữa các biến cố.
- Các định nghĩa về xác suất: định nghĩa xác suất theo cổ điển, theo thống kê và theo hình học.
- Các tính chất của xác suất: công thức cộng và xác suất của biến cố đối.

## 1.1 PHÉP THỬ VÀ BIẾN CỐ

### 1.1.1 Phép thử (Experiment)

Trong thực tế ta thường gặp nhiều thí nghiệm, quan sát mà các kết quả của nó không thể dự báo trước được. Ta gọi chúng là các phép thử ngẫu nhiên.

Với phép thử gieo con xúc xắc, tuy không biết kết quả sẽ xảy ra như thế nào, nhưng ta có thể liệt kê được hoặc biểu diễn tất cả các kết quả của phép thử này; đó là sự xuất hiện mặt có số nốt $1, 2, 3, 4, 5, 6$. Ta xem các kết quả này là các *biến cố sơ cấp*. Tập hợp tất cả các biến cố sơ cấp của phép thử được gọi là *không gian mẫu*, ký hiệu $\Omega$. Vậy $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.

**Ví dụ 1.1:**

- Phép thử tung đồng xu có không gian mẫu là $\Omega = \{S,\ N\}$.
- Phép thử tung đồng thời 2 đồng xu có không gian mẫu là

$$\Omega = \{(S,S),(S,N),(N,S),(N,N)\}.$$

Chú ý rằng bản chất của các biến cố sơ cấp không có vai trò đặc biệt gì trong lý thuyết xác suất. Chẳng hạn có thể mã hóa các kết quả và xem không gian mẫu của phép thử tung đồng xu là $\Omega = \{0,\ 1\}$, trong đó 0 là biến cố sơ cấp chỉ mặt sấp xuất hiện và 1 để chỉ mặt ngửa xuất hiện.

### 1.1.2 Biến cố (Event)

Với phép thử $\mathscr{C}$ ta thường xét các biến cố (còn gọi là sự kiện) mà việc xảy ra hay không xảy ra biến cố đó hoàn toàn được xác định bởi kết quả của $\mathscr{C}$.

Mỗi kết quả $\omega$ của $\mathscr{C}$ được gọi là kết quả thuận lợi cho biến cố $A$ nếu $A$ xảy ra khi kết quả của phép thử $\mathscr{C}$ là $\omega$.

**Ví dụ 1.2**: Nếu gọi $A$ là biến cố "số nốt xuất hiện là chẵn" trong phép thử tung xúc xắc ở Ví dụ 1.1 thì $A$ có các kết quả thuận lợi là 2, 4, 6.

Tung hai đồng xu, biến cố xuất hiện một mặt sấp một mặt ngửa (xin âm dương) có các kết quả thuận lợi là $(S,N);(N,S)$.

Như vậy mỗi biến cố $A$ có thể đồng nhất với một tập con của không gian mẫu $\Omega$ bao gồm các kết quả thuận lợi đối với $A$.

Mỗi biến cố chỉ có thể xảy ra khi một phép thử được thực hiện, nghĩa là gắn với không gian mẫu nào đó.

Có hai biến cố đặc biệt sau:

- *Biến cố chắc chắn* là biến cố luôn luôn xảy ra khi thực hiện phép thử. Không gian mẫu $\Omega$ là một biến cố chắc chắn.
- *Biến cố không thể* là biến cố nhất định không xảy ra khi thực hiện phép thử. Biến cố không thể được ký hiệu $\varnothing$.

Tung một con xúc xắc, biến cố xuất hiện mặt có số nốt nhỏ hơn hay bằng 6 là biến chắc chắn, biến cố xuất hiện mặt có 7 nốt là biến cố không thể.

### 1.1.3 Quan hệ giữa các biến cố

Một cách tương ứng với các phép toán của tập hợp, trong lý thuyết xác suất người ta xét các quan hệ sau đây cho các biến cố trong cùng một phép thử.

#### a) Quan hệ kéo theo

Biến cố $A$ kéo theo biến cố $B$, ký hiệu $A \subset B$, nếu khi $A$ xảy ra thì $B$ xảy ra.

Nếu $A \subset B$ và $B \subset A$ thì ta nói hai biến cố $A, B$ trùng nhau, ký hiệu $A = B$.

#### b) Quan hệ biến cố đối

Với mỗi biến cố $A$, luôn có biến cố gọi là biến cố đối của $A$, ký hiệu $\overline{A}$ và được xác định như sau: $A$ xảy ra khi và chỉ khi $\overline{A}$ không xảy ra.

**Ví dụ 1.3:** Bắn một phát đạn vào bia. Gọi $A$ là biến cố "bắn trúng bia". Biến cố đối của $A$ là $\overline{A}$ "bắn trượt bia".

#### c) Hợp của hai biến cố

Tổng của hai biến cố $A, B$ là biến cố được ký hiệu $A \cup B$. Biến cố $A \cup B$ xảy ra khi và chỉ khi có ít nhất $A$ hoặc $B$ xảy ra.

Tổng của một dãy các biến cố $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là biến cố $\bigcup_{i=1}^{n} A_i$. Biến cố này xảy ra khi có ít nhất một trong các biến cố $A_i$ xảy ra ( $i = 1, ..., n$ ).

**Ví dụ 1.4:** Một mạng điện gồm hai bóng đèn mắc nối tiếp. Gọi $A_1$ là biến cố “bóng đèn thứ nhất bị cháy”, $A_2$ là biến cố “bóng đèn thứ hai bị cháy”. Gọi $A$ là biến cố “mạng mất điện”. Ta thấy rằng mạng bị mất điện khi ít nhất một trong hai bóng bị cháy. Vậy $A = A_1 \cup A_2$.

### d) Giao của hai biến cố

Giao của hai biến cố $A, B$ là biến cố được ký hiệu $AB$. Biến cố $AB$ xảy ra khi cả hai biến cố $A$, $B$ cùng xảy ra.

Giao của một dãy các biến cố $\{A_1, A_2, ..., A_n\}$ là biến cố $\prod_{i=1}^{n} A_i$. Biến cố này xảy ra khi tất cả các biến cố $A_i$ cùng xảy ra ($i = 1, ..., n$).

**Ví dụ 1.5:** Một mạng điện gồm hai bóng đèn mắc song song. Gọi $A_1$ là biến cố “bóng đèn thứ nhất bị cháy”, $A_2$ là biến cố “bóng đèn thứ hai bị cháy”. Gọi $A$ là biến cố “mạng mất điện”.

Ta thấy rằng mạng bị mất điện khi cả hai bóng bị cháy. Vậy $A = A_1 A_2$.

### e) Biến cố xung khắc

Hai biến số $A, B$ gọi là xung khắc nếu biến cố Hợp $AB$ là biến cố không thể. Nghĩa là hai biến cố này không thể đồng thời cùng xảy ra.

**Ví dụ 1.6**: Một bình có 3 loại cầu: cầu mầu trắng, mầu đỏ và mầu xanh. Lấy ngẫu nhiên 1 cầu từ bình. Gọi $A_t$, $A_đ$, $A_x$ lần lượt là biến cố quả cầu rút được là cầu trắng, đỏ, xanh. Các biến cố này xung khắc từng đôi một, vì mỗi quả cầu chỉ có 1 mầu.

Chú ý rằng các biến cố với phép toán tổng, Hợp và lấy biến cố đối tạo thành đại số Boole do đó các phép toán được định nghĩa ở trên có các tính chất như các phép toán hợp, giao, lấy phần bù đối với các tập con của không gian mẫu.

### f) Hệ đầy đủ các biến cố

Dãy các biến cố $A_1, A_2, ..., A_n$ được gọi là một hệ đầy đủ các biến cố nếu:

i. Xung khắc từng đôi một, nghĩa là $A_i A_j = \varnothing$ với mọi $i \neq j$; $i = 1, ..., n$; $j = 1, ..., n$

ii. Tổng của chúng là biến cố chắc chắc, nghĩa là $\bigcup_{i=1}^{n} A_i = \Omega$.

Đặc biệt với mọi biến cố $A$, hệ $\{A, \overline{A}\}$ là hệ đầy đủ.

**Ví dụ 1.7:** Một nhà máy có ba phân xưởng sản xuất ra cùng một loại sản phẩm. Giả sử rằng mỗi sản phẩm của nhà máy chỉ do một trong ba phân xưởng này sản xuất. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm, gọi $A_1, A_2, A_3$ lần lượt là biến cố sản phẩm được chọn do phân xưởng thứ nhất, thứ hai, thứ ba sản xuất. Khi đó hệ ba biến cố $\{A_1, A_2, A_3\}$ là hệ đầy đủ.

### g) Tính độc lập của các biến cố

Hai biến cố $A$ và $B$ được gọi là độc lập với nhau nếu việc xảy ra hay không xảy ra biến cố này không ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra biến cố kia.

Tổng quát các biến cố $A_1, A_2, ..., A_n$ được gọi là độc lập nếu việc xảy ra hay không xảy ra của một nhóm bất kỳ $k$ biến cố, trong đó $1 \le k \le n$, không làm ảnh hưởng tới việc xảy ra hay không xảy ra của một nhóm nào đó các biến cố còn lại.

**Định lý 1.1**: Nếu $A, B$ độc lập thì các cặp biến cố: $A, \overline{B}$ ; $\overline{A}, B$ ; $\overline{A}, \overline{B}$ cũng độc lập.

**Ví dụ 1.8:** Ba xạ thủ $\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C}$ mỗi người bắn một viên đạn vào mục tiêu. Gọi $A, B, C$ lần lượt là biến cố $\mathscr{A}, \mathscr{B}, \mathscr{C}$ bắn trúng mục tiêu.

a. Hãy mô tả các biến cố: $ABC,\ \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C},\ A \cup B \cup C$.

b. Biểu diễn các biến cố sau theo $A, B, C$:

- $D$: Có ít nhất 2 xạ thủ bắn trúng.
- $E$: Có nhiều nhất 1 xạ thủ bắn trúng.
- $F$: Chỉ có xạ thủ $\mathscr{C}$ bắn trúng.
- $G$: Chỉ có 1 xạ thủ bắn trúng.

c. Các biến cố $A, B, C$ có xung khắc, có độc lập không ?

***Giải:*** a. $ABC$ : cả 3 đều bắn trúng. $\overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}$ : cả 3 đều bắn trượt. $A \cup B \cup C$ : có ít nhất 1 người bắn trúng.

b. $D = AB \cup BC \cup CA$.

Có nhiều nhất một xạ thủ bắn trúng có nghĩa là có ít nhất hai xạ thủ bắn trượt, vậy

$$E = \overline{A}\,\overline{B} \cup \overline{B}\,\overline{C} \cup \overline{C}\,\overline{A}.$$

$$F = \overline{A}\,\overline{B}C.$$

$$G = A\overline{B}\,\overline{C} \cup \overline{A}B\overline{C} \cup \overline{A}\,\overline{B}C.$$

c. Ba biến cố $A, B, C$ độc lập vì biến cố bắn trúng mục tiêu của mỗi xạ thủ là độc lập nhau.

Ba biến cố $A, B, C$ không xung khắc vì có thể cùng bắn trúng mục tiêu.

## 1.2. ĐỊNH NGHĨA XÁC SUẤT VÀ CÁC TÍNH CHẤT

Một biến cố ngẫu nhiên xảy ra hay không trong kết quả của một phép thử là điều không thể biết hoặc đoán trước được. Tuy nhiên bằng những cách khác nhau ta có thể định lượng khả năng xuất hiện của biến cố, đó là xác suất xuất hiện của biến cố.

Xác suất của một biến cố là một con số đặc trưng khả năng khách quan xuất hiện biến cố đó khi thực hiện phép thử.

Xác suất của biến cố $A$ ký hiệu $P(A)$. Trường hợp biến cố chỉ gồm một biến cố sơ cấp $\{a\}$ ta ký hiệu $P(a)$ thay cho $P(\{a\})$.

Dựa vào bản chất của phép thử (đồng khả năng) ta có thể suy luận về khả năng xuất hiện của biến cố, với cách tiếp cận này ta có định nghĩa xác suất theo phương pháp cổ điển.

Khi thực hiện nhiều lần lặp lại độc lập một phép thử ta có thể tính được tần suất xuất hiện của một biến cố nào đó. Tần suất thể hiện khả năng xuất hiện của biến cố, với cách tiếp cận này ta có định nghĩa xác suất theo thống kê.

### 1.2.1 Định nghĩa cổ điển về xác suất

*Giả sử phép thử $\mathscr{C}$ thoả mãn hai điều kiện sau:*

*(i) Không gian mẫu có một số hữu hạn phần tử.*

*(ii) Các kết quả xảy ra đồng khả năng.*

*Khi đó ta định nghĩa xác suất của biến cố $A$ là*

$$P(A)=\frac{\text{số trường hợp thuận lợi đối với } A}{\text{số trường hợp có thể}} \tag{1.1a}$$

Nếu xem biến cố $A$ như là tập con của không gian mẫu $\Omega$ thì

$$P(A)=\frac{\text{số phần tử của } A}{\text{số phần tử của } \Omega}=\frac{|A|}{|\Omega|} \tag{1.1b}$$

**Ví dụ 1.9**: Biến cố $A$ xuất hiện mặt chẵn trong phép thử gieo con xúc xắc ở Ví dụ 1.1 có 3 trường hợp thuận lợi ($|A|=3$) và 6 trường hợp có thể ($|\Omega|=6$). Vậy $P(A)=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$.

Biến cố xuất hiện một mặt sấp và một mặt ngửa khi gieo đồng thời hai đồng xu có 2 kết quả thuận lợi và 4 kết quả đồng khả năng có thể, vậy có xác suất xuất hiện của biến cố đó là $\frac{1}{2}$.

**Ví dụ 1.10**: Tung một con xúc xắc hai lần. Tìm xác suất để trong đó chỉ có 1 lần ra 6 nốt.

***Giải***: Số các trường hợp có thể là 36. Gọi $A$ là biến cố " trong 2 lần tung con xúc xắc chỉ có 1 lần được mặt 6". Nếu lần thứ nhất ra mặt 6 thì lần thứ hai chỉ có thể ra các mặt từ 1 đến 5, nghĩa là có 5 trường hợp. Tương tự cũng có 5 trường hợp chỉ xuất hiện mặt 6 ở lần tung thứ hai. Áp dụng quy tắc cộng ta suy ra xác suất để chỉ có một lần ra mặt 6 khi tung xúc xắc 2 lần là $\frac{10}{36}$.

**Ví dụ 1.11:** Bố trí một cách ngẫu nhiên $n$ người ngồi xung quanh một ban tròn ($n\geq 3$), trong đó có hai người là anh em. Tìm xác suất để hai anh em ngồi cạnh nhau.

***Giải***: Chúng ta đánh số ghế ngồi từ 1 đến $n$ và coi 2 cách ngồi là khác nhau nếu có ít nhất 1 chỗ lần lượt có 2 người ngồi khác nhau.

Số trường hợp có thể là số hoán vị $n$ phần tử: $n!$

Ta xếp người anh ngồi tùy ý vào 1 trong $n$ chỗ ( có $n$ cách); người em ngồi vào 1 trong 2 chỗ cạnh người anh (có 2 cách) ; $n-2$ người còn lại còn lại ngồi tùy ý vào $n-2$ chỗ còn lại (có $(n-2)!$ cách). Vậy số các trường hợp thuận lợi là $(n)(2)\left((n-2)!\right)$.

Xác suất cần tìm $P = \frac{(n)(2)((n-2)!)}{n!} = \frac{2}{n-1}$.

**Ví dụ 1.12:** Một người gọi điện thoại quên mất hai số cuối của số điện thoại và chỉ nhớ được rằng chúng khác nhau. Tìm xác suất để quay ngẫu nhiên một lần được đúng số cần gọi.

***Giải***: Gọi $A$ là biến cố "quay ngẫu nhiên một lần được đúng số cần gọi". Số các trường hợp có thể là số các cặp hai chữ số khác nhau từ 10 chữ số từ 0 đến 9. Số các cặp hai chữ số này bằng số

các chỉnh hợp chập 2 của 10. Vậy số các trường hợp có thể là $A_{10}^{2} = 10 \cdot 9 = 90$.

Chỉ có 1 trường hợp thuận lợi đối với $A$. Do đó $P(A) = \frac{1}{90}$.

**Ví dụ 1.13**: Cho các từ mã 6 bit được tạo từ các chuỗi các bit 0 và bit 1 đồng khả năng. Hãy tìm xác suất của các từ có chứa $k$ bit 1, với các trường hợp $k = 0, ..., 6$.

***Giải***: Số trường hợp có thể $|\Omega| = 2^6$. Đặt $A_k$ là biến cố " từ mã có chứa $k$ bit 1" . Có thể xem mỗi từ mã có chứa $k$ bit 1 là một tổ hợp chập $k$ của 6 phần tử, vậy số trường hợp thuận lợi đối với $A_k$ là số các tổ hợp chập $k$ của 6 phần tử. Do đó $|A_k| = C_6^k = \frac{6!}{k!(6-k)!}$

Vậy xác suất của các biến cố tương ứng $P(A_k) = \frac{6!}{k!(6-k)!2^6}$, $k = 0,..., 6$.

**Ví dụ 1.14**: Một công ty cần tuyển 2 nhân viên. Có 6 người nộp đơn trong đó có 4 nữ và 2 nam. Giả sử khả năng trúng tuyển của cả 6 người là như nhau. Tính xác suất các biến cố:

a) Hai người trúng tuyển là nam

b) Hai người trúng tuyển là nữ

c) Có ít nhất 1 nữ trúng tuyển.

***Giải***: Số trường hợp có thể $|\Omega| = C_6^2 = 15$.

a) Chỉ có 1 trường hợp cả 2 nam đều trúng tuyển do đó xác suất tương ứng là $P = 1/15$.

b) Có $C_4^2 = 6$ cách chọn 2 nữ trong 4 nữ, vậy xác suất tương ứng $P = 6/15$.

c) Trong 15 trường hợp có thể chỉ có 1 trường hợp cả 2 nam được chọn, vậy có 14 trường hợp ít nhất 1 nữ được chọn. Do đo xác suất tương ứng $P = 14/15$.

Có thể tính số trường hợp thuận lợi của biến cố "có ít nhất 1 nữ được chọn" như sau:

- Có $C_4^2 = 6$ cách chọn 2 nữ trong 4 nữ.
- Có $C_4^1 = 4$ cách chọn 1 nữ trong 4 nữ và có $C_2^1 = 2$ cách chọn 1 nam trong 2 nam.

Vậy có $6 + 4.2 = 14$ trường hợp thuận lợi của biến cố "có ít nhất 1 nữ được chọn".

### 1.2.3 Định nghĩa xác suất theo thống kê

Định nghĩa xác suất theo cổ điển trực quan, dễ hiểu. Tuy nhiên khi số các kết quả có thể vô hạn hoặc không đồng khả năng thì cách tính xác suất cổ điển không áp dụng được.

*Giả sử phép thử $\mathscr{C}$ có thể được thực hiện lặp lại nhiều lần độc lập trong những điều kiện giống hệt nhau. Nếu trong $n$ lần thực hiện phép thử $\mathscr{C}$, biến cố $A$ xuất hiện $k_n(A)$ lần thì tỉ số*

$$f_n(A) = \frac{k_n(A)}{n} \qquad \textbf{(1.2)}$$

*được gọi là tần suất xuất hiện của biến cố $A$ trong $n$ phép thử.*

Người ta chứng minh được (định lý luật số lớn) khi $n$ tăng lên vô hạn thì $f_n(A)$ tiến đến một giới hạn xác định.

*Ta định nghĩa giới hạn này là xác suất của biến cố $A$, ký hiệu $P(A)$.*

$$P(A) = \lim_{n\to\infty} f_n(A) \qquad \textbf{(1.3)}$$

Trên thực tế các tần suất $f_n(A)$ xấp xỉ nhau khi $n$ đủ lớn. $P(A)$ được chọn bằng giá trị xấp xỉ này.

**Ví dụ 1.15**: Một công ty bảo hiểm muốn xác định xác suất để một người Mỹ 25 tuổi sẽ bị chết trong năm tới, người ta theo dõi 100.000 thanh niên và thấy rằng có 798 người bị chết trong vòng 1 năm sau đó. Vậy xác suất cần tìm xấp xỉ bằng 0,008.

**Ví dụ 1.16**: Thống kê cho thấy tần suất sinh con trai xấp xỉ 0,513. Vậy xác suất để bé trai ra đời lớn hơn bé gái.

**Nhận xét 1.1**

Định nghĩa xác suất theo thống kê khắc phục được hạn chế của định nghĩa cổ điển, nó hoàn toàn dựa trên các thí nghiệm quan sát thực tế để tìm xác suất của biến cố. Tuy nhiên định nghĩa thống kê về xác suất cũng chỉ áp dụng cho các phép thử mà có thể lặp lại được nhiều lần một cách độc lập trong những điều kiện giống hệt nhau. Ngoài ra để xác định một cách tương đối chính xác giá trị của xác suất thì cần tiến hành một số $n$ đủ lớn lần các phép thử, mà việc này đôi khi không thể làm được vì hạn chế về thời gian và kinh phí.

Ngày nay với sự trợ giúp của công nghệ thông tin, người ta có thể mô phỏng các phép thử ngẫu nhiên mà không cần thực hiện các phép thử trong thực tế. Điều này cho phép tính xác suất theo phương pháp thống kê thuận tiện hơn.